

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Wetterling
6/20/2011 | Page 1

Hochschule Mannheim

Bildgebende System in der Medizin

Grundlagen

Dr. Friedrich Wetterling



Computer Assisted Clinical Medicine
Faculty of Medicine Mannheim
University of Heidelberg
Theodor-Kutzer-Ufer 1-3
D-68167 Mannheim, Germany
Friedrich.Wetterling@MedMa.Uni-Heidelberg.de
www.ma.uni-heidelberg.de/inst/cbtrn/ckm/

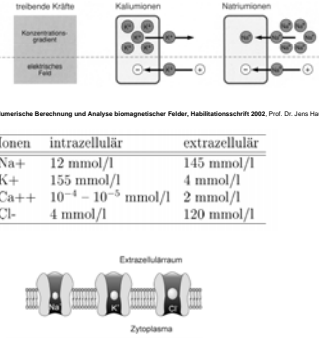
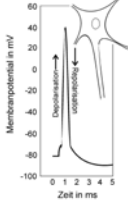
RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Wetterling
6/20/2011 | Page 4

Ionenleitung

Aus 'Lehrbuch der Physiologie' von Rainer Klinke und Stefan Sibermann, 1939

Aus: Numerische Berechnung und Analyse biomagnetischer Felder, Habilitationsschrift 2002, Prof. Dr. Jens Haueisen, Institut für Biomedizinische Technik Universität Bremen

Ionen	intrazellulär	extrazellulär
Na+	12 mmol/l	145 mmol/l
K+	155 mmol/l	4 mmol/l
Ca++	$10^{-4} - 10^{-5}$ mmol/l	2 mmol/l
Cl-	4 mmol/l	120 mmol/l

Extrazellulärraum
Zytoplasma

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Wetterling
6/20/2011 | Page 2

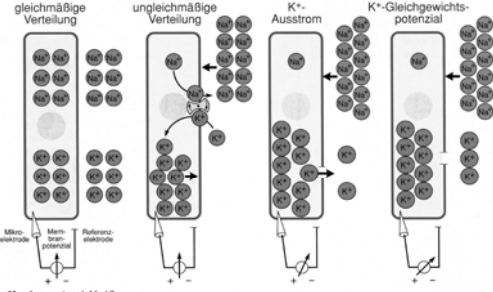
Übersicht

- 1) Elektrophysiologie (K/Na-Pumpe)
- 2) Atomaufbau
- 3) Welle-Teilchen-Dualismus
- 4) Maxwell Gleichungen
- 5) E-Technik (Resonanzschwingkreis, Bio-Savart, Induktionsgesetz)
- 6) Fouriertransformation

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Wetterling
6/20/2011 | Page 5

Ruhepotential an der Zellmembran

Aus 'Lehrbuch der Physiologie' von Rainer Klinke und Stefan Sibermann, 1939



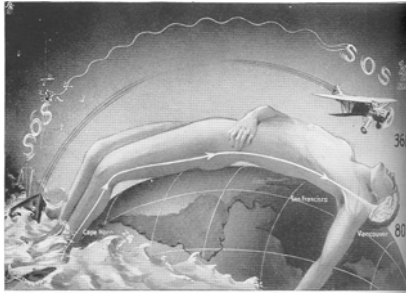
gleichmäßige Verteilung
ungleichmäßige Verteilung
K⁺-Ausstrom
K⁺-Gleichgewichtspotenzial

Membranpotential [mV]

Zeit

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Wetterling
6/20/2011 | Page 3

Reizleitung

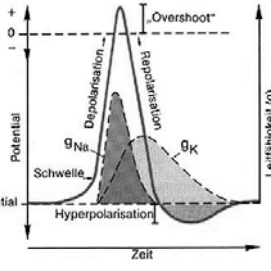


270. The speed of thought – has been surpassed by technology! A nerve current travels at a rate of 250 kilometres per hour. A person reaching from Cape Horn to Alaska would first feel a shark's bite after eighty hours, and it would take just as long for the volitional impulses to retract the foot to pass from the brain to the toes.

aus 'Der Mensch gesund und krank II' von Fritz Kahn, 1939

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Wetterling
6/20/2011 | Page 6

Das Aktionspotential



Potential
Leitfähigkeit (g)

Ruhepotential
Schwelle
Hyperpolarisation
Depolarisation
Repolarisation
„Overshoot“

Zeit

g_{Na}
 g_K

Aus 'Lehrbuch der Physiologie' von Rainer Klinke und Stefan Sibermann, 1939

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Westerting
6/20/2011 | Page 7

Bohrsches Atommodell

Elektronen bewegen sich auf bestimmten Kreisbahnen, die einem bestimmten Energieniveau entsprechen. Solange sie sich auf einer Bahn bewegen, bleibt ihre Energie konstant. Ansonsten gelten die Gesetze der klassischen Mechanik (z.B. Anziehung durch den Kern).

Die Bewegung der Elektronen erfolgt **strahlungslos**. Beim Übergang des Elektrons von einem Energieniveau E1 zu einem niedrigeren Niveau E2, wird ein Photon mit der Energie $E=hf=E1-E2$ freigesetzt.

Der Bahndrehimpuls der Elektronen darf nur **diskrete (gequantelte)** Werte annehmen:
 $mvr=nh/2\pi$; $h=6,62 \cdot 10^{-34}\text{Js}$

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Westerting
6/20/2011 | Page 10

Elektromagnetisches Spektrum

Aus: Vorlesungsunterlagen „Bildgebende Verfahren in der Medizin“, Jürgen Braun, Charité Berlin

Paraphotiert Atmosphäre

$\lambda=c/f$

Wellenlänge [m]: Radio, Microwaves, Infrared, Visible, Ultraviolets, X-ray, Gamma Ray

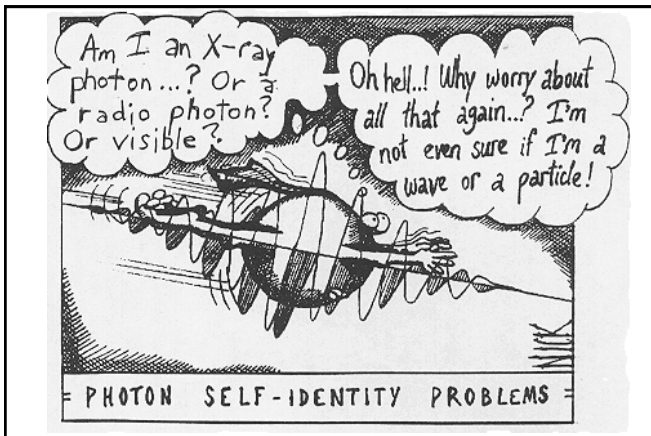
About the size of... Buildings, Humans, Honey Bee, Pinpoint, Protozoans, Molecules, Atoms, Atomic Nuclei

$E = hf$

Frequenz [Hz]: 10^4 , 10^6 , 10^{12} , 10^{15} , 10^{18} , 10^{20}

Temperatur einer entsprechenden Strahlungsquelle [K]: 1 K, 100 K, 10,000 K, 10 Million K

Sichtbares Spektrum: $\lambda = 400 - 700 \text{ nm}$, $f = 7,5 - 4 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$



RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Westerting
6/20/2011 | Page 11

Komponenten elektromagnetischer Wellen

Aus: Vorlesungsunterlagen „Bildgebende Verfahren in der Medizin“, Jürgen Braun, Charité Berlin

Definiert als zwei Vektoren:

- Electric Field $\vec{E}(\vec{r}, t)$
- Magnetic Field $\vec{H}(\vec{r}, t)$

Begründet durch:

- Elektrische Ladung
- Elektrische Ströme

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Westerting
6/20/2011 | Page 9

Welle-Teilchen-Dualismus

Wellen

$\psi = I_0 \cdot e^{2\pi i \cdot t/T}$

$f = 1/T$

T: Periodenzeit
f: Frequenz

Lichtquant

Photon (γ)

$E = hf$

E: Energie
h: Plack. Konstante
f: Frequenz

$c = \lambda \cdot f$

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s (Lichtgeschw.)}$

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Westerting
6/20/2011 | Page 12

Wellenausbreitung im Raum

• Elektrisches Feld $\vec{E}(\vec{r}, t)$

• Magnetisches Feld $\vec{H}(\vec{r}, t)$

• Wellenvektor $\vec{k}(\vec{r}, t)$

Electric Field is in the XZ Plane
Magnetic Field is in the XY Plane

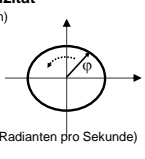
RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Westering
6/20/2011 | Page 13

Welle: $\psi = \psi_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi_0)} \cdot e^{i(kr)}$

Zeitliche Periodizität
(Amplitudenoszillation)

$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi}{T}$

Kreisfrequenz:
(Geschwindigkeit in Radianten pro Sekunde)
 $\varphi: 360^\circ \cong 2\pi$



Räumliche Periodizität (Wellenausbreitung im Raum)
(EM Strahlung: Lichtgeschw. $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

$v_{ph} = \frac{\lambda}{T} = \begin{cases} c & \text{Vakuum} \\ c/n(\lambda) & \text{Medium} \end{cases}$ Phasengeschw.

Wellenlänge λ Wellenzahl $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Periode T Frequenz $f = \frac{1}{T}$

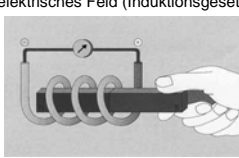
RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Westering
6/20/2011 | Page 16

Maxwellgleichungen 3 + 4 (Dynamische Felder)

3. Ein magnetisches Wechselfeld erzeugt ein elektrisches Feld (Induktionsgesetz)

$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$


$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_{B,S}}{\partial t}$



4. Magnetische Felder werden durch gerichtete Ladungsbewegung erzeugt (Bio-Savart)

$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

$\oint_{\partial S} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{f,S} + \frac{\partial \Phi_{D,S}}{\partial t}$



RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Westering
6/20/2011 | Page 14

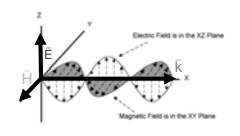
Im Medium

Elektrisches Verschiebungsfeld: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$

Elektrisches Feld Polarisation

Magnetische Induktion: $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$

Magnetisches Feld Magnetisierung



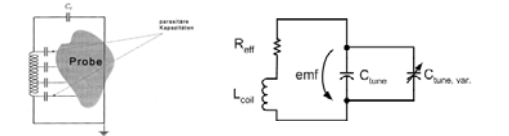
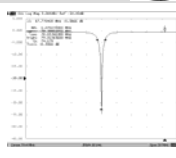
RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Westering
6/20/2011 | Page 17

Resonanzschwingkreis

Impedanz einer Induktivität: $Z_L = j\omega L$

Impedanz eines Kondensators: $Z_C = 1/j\omega C$

Resonanzfrequenz eines idealen Resonators: $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\omega = 2\pi f$

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Westering
6/20/2011 | Page 15

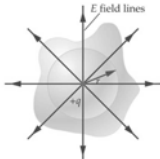
Maxwellgleichungen 1 + 2 (Statische Felder)

1. Ladungen sind die Quellen elektrischer Felder

$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$

$\oint_{\partial V} \vec{D} \cdot d\vec{A} = q(V)$

Divergenz des elektrischen Feldes wird von den einzelnen Ladungen in einem Volumen bestimmt.

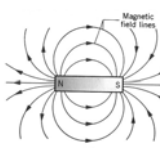


2. Es gibt keine magnetischen Monopole

$\nabla \cdot \vec{B} = 0$

Entgegengesetzte magnetische Felddivergenzen werden von magnetischen Dipolen erzeugt.

Für nur einen magnetischen Monopol ist die Divergenz immer null.



RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Westering
6/20/2011 | Page 18

Systemtheorie

Mathematisches Werkzeug, um beispielsweise die Umwandlung einer physikalisch kodierte Information in eine andere Darstellungsform zu beschreiben

Eingang \longrightarrow System \longrightarrow Ausgang

$s(t)$ T $g(t)$

Sprache Mikrophon akust. Signal am Lautsprecher

Schriftstück Kopierer Kopie

Spindichteverteilung MRT System Schnittbild

Das „System“ stellt eine Transformation T dar, die die Eingangsfunktion s(t) in die Ausgangsfunktion g(t) überführt.

$g = T[s]$

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Westering
6/20/2011 | Page 19

Stationäre lineare Systeme

Ein System heißt **linear**, wenn eine Überlagerung von Eingangssignalen $s(t)$ zu einer entsprechenden Überlagerung der Ausgangssignale $g(t)$ führt (Superpositionsprinzip):

$$T : \sum_i c_i s_i(t) \rightarrow \sum_i c_i g_i(t)$$

Ein System heißt **stationär (zeitinvariant bzw. ortsinvariant, verschiebungsinvariant)**, wenn gilt:

$$T : s_i(t - t_0) \rightarrow g_i(t - t_0)$$

Kommt das Eingangssignal um die Zeit t_0 früher an, so wird auch das Ausgangssignal um die Zeit t_0 früher ankommen.

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Westering
6/20/2011 | Page 22

Fouriertransformierte einer Rechteckfunktion

Die Idee ist es jedes Eingangssignal als Überlagerung von harmonischen Funktionen darzustellen.

$$s(t) = \sum_f S(f) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t}$$

Beachte: Gibbsches Überschwingen an scharfen Kanten für endliche Anzahl an Frequenzkomponenten

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Westering
6/20/2011 | Page 20

Beispiel: Dirac-Funktion

Linearität $T : \sum_i c_i s_i(t) \rightarrow \sum_i c_i g_i(t)$ Stationarität $T : s_i(t - t_0) \rightarrow g_i(t - t_0)$

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Westering
6/20/2011 | Page 23

Nyquistrate

Die Überlappung der verschobenen Spektren wird genau dann vermieden, wenn für das Abtastraster T gilt:

$$T < \frac{1}{2f} \dots \text{Nyquisttheorem}$$

$$\frac{1}{T} = 2f \dots \text{Nyquistrate}$$

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Computer Assisted Clinical Medicine
Dr. Friedrich Westering
6/20/2011 | Page 21

Fouriertransformation

Die Idee ist es jedes Eingangssignal als Überlagerung von harmonischen Funktionen darzustellen.

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t} df$$

$$s(t) = \sum_f S(f) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t}$$

$$S(f) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t} = S(f) \cdot (\cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) + j \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t))$$