

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Wetterling  
6/20/2011 | Page 1

Hochschule Mannheim

## Bildgebende System in der Medizin

### Grundlagen

Dr. Friedrich Wetterling



Computer Assisted Clinical Medicine  
Faculty of Medicine Mannheim  
University of Heidelberg  
Theodor-Kutzer-Ufer 1-3  
D-68167 Mannheim, Germany  
Friedrich.Wetterling@MedMa.Uni-Heidelberg.de  
www.ma.uni-heidelberg.de/inst/cbtrn/ckm/

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Wetterling  
6/20/2011 | Page 4

## Ionenleitung

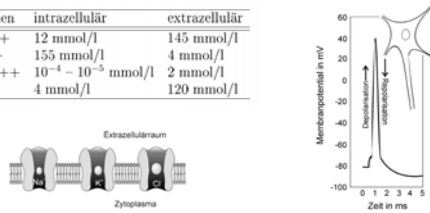
treibende Kräfte: Konzentrationsgradient, elektrisches Feld

Kationen: Kaliumionen, Natriumionen

Aus: 'Lehrbuch der Physiologie' von Rainer Klinke und Stefan Sibermann, 1939

Aus: Numerische Berechnung und Analyse biomagnetischer Felder, Habilitationsschrift 2002, Prof. Dr. Jens Hausen, Institut für Biomedizinische Technik Universität Bremen

Ionen	intrazellulär	extrazellulär
Na+	12 mmol/l	145 mmol/l
K+	155 mmol/l	4 mmol/l
Ca <sup>++</sup>	10 <sup>-4</sup> - 10 <sup>-5</sup> mmol/l	2 mmol/l
Cl-	4 mmol/l	120 mmol/l



Extrazellulärraum  
Zytoplasma

Membranpotential in mV  
Zeit in ms

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Wetterling  
6/20/2011 | Page 2

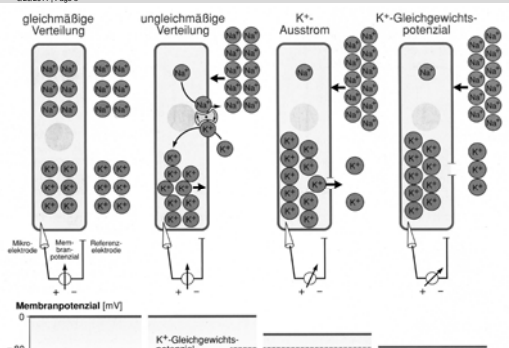
## Übersicht

- 1) Elektrophysiologie (K/Na-Pumpe)
- 2) Atomaufbau
- 3) Welle-Teilchen-Dualismus
- 4) Maxwell Gleichungen
- 5) E-Technik (Resonanzschwingkreis, Bio-Savart, Induktionsgesetz)
- 6) Fouriertransformation

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Wetterling  
6/20/2011 | Page 5

## Ruhepotential an der Zellmembran

gleichmäßige Verteilung, ungleichmäßige Verteilung, K<sup>+</sup>-Ausstrom, K<sup>+</sup>-Gleichgewichtspotenzial



Micro-elektrode, Membran-potential, Referenz-elektrode

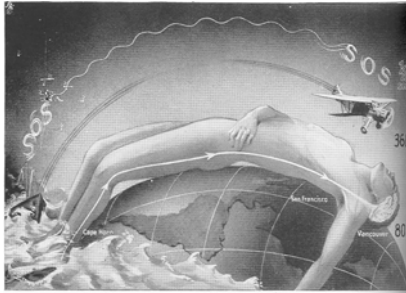
Membranpotential [mV]  
-80  
Zeit

K<sup>+</sup>-Gleichgewichtspotenzial

Aus: 'Lehrbuch der Physiologie' von Rainer Klinke und Stefan Sibermann, 1939

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Wetterling  
6/20/2011 | Page 3

## Reizleitung

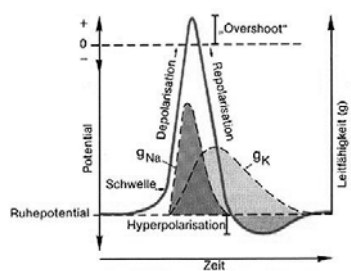


270. The speed of thought – has been surpassed by technology! A nerve current travels at a rate of 270 kilometres per hour. A person reaching from Cape Horn to Alaska would first feel a shark's bite after eighty hours, and it would take just as long for the volitional impulses to retract the foot to pass from the brain to the toes.

aus 'Der Mensch gesund und krank II' von Fritz Kahn, 1939

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Wetterling  
6/20/2011 | Page 6

## Das Aktionspotential



Potential  
Leitfähigkeit (g)  
Zeit

Ruhepotential, Schwelle, Depolarisation, „Overshoot“, Repolarisation, Hyperpolarisation

$g_{Na}$ ,  $g_K$

Aus: 'Lehrbuch der Physiologie' von Rainer Klinke und Stefan Sibermann, 1939

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Westerting  
6/20/2011 | Page 7

## Bohrsches Atommodell

Elektronen bewegen sich auf bestimmten Kreisbahnen, die einem bestimmten Energieniveau entsprechen. Solange sie sich auf einer Bahn bewegen, bleibt ihre Energie konstant. Ansonsten gelten die Gesetze der klassischen Mechanik (z.B. Anziehung durch den Kern).

Die Bewegung der Elektronen erfolgt **strahlungslos**. Beim Übergang des Elektrons von einem Energieniveau E1 zu einem niedrigeren Niveau E2, wird ein Photon mit der Energie  $E=hf=E1-E2$  freigesetzt.

Der Bahndrehimpuls der Elektronen darf nur **diskrete (gequantelte)** Werte annehmen:  
 $mvr=Ih/2\pi$ ;  $h=6,62 \cdot 10^{-34}Js$

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Westerting  
6/20/2011 | Page 10

## Elektromagnetisches Spektrum

Aus: Vorlesungsunterlagen „Bildgebende Verfahren in der Medizin“, Jürgen Braun, Charité Berlin

$\lambda = c/f$

$E = hf$

Sichtbares Spektrum:  $\lambda = 400 - 700 \text{ nm}$ ,  $f = 7,5 - 4 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

Am I an X-ray photon...? Or a radio photon? Or visible?

Oh hell...! Why worry about all that again...? I'm not even sure if I'm a wave or a particle!

PHOTON SELF-IDENTITY PROBLEMS

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Westerting  
6/20/2011 | Page 11

## Komponenten elektromagnetischer Wellen

Aus: Vorlesungsunterlagen „Bildgebende Verfahren in der Medizin“, Jürgen Braun, Charité Berlin

Definiert als zwei Vektoren:

- Electric Field  $\vec{E}(\vec{r}, t)$
- Magnetic Field  $\vec{H}(\vec{r}, t)$

Begründet durch:

- Elektrische Ladung
- Elektrische Ströme

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Westerting  
6/20/2011 | Page 9

## Welle-Teilchen-Dualismus

**Wellen**

$$\psi = I_0 \cdot e^{2\pi i \cdot t/T}$$

$f = 1/T$

T: Periodenzeit  
f: Frequenz

**Lichtquant**

Photon ( $\gamma$ )

$$E = hf$$

E: Energie  
h: Plack. Konstante  
f: Frequenz

$c = \lambda \cdot f$

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s (Lichtgeschw.)}$

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Westerting  
6/20/2011 | Page 12

## Wellenausbreitung im Raum

• Elektrisches Feld  $\vec{E}(\vec{r}, t)$

• Magnetisches Feld  $\vec{H}(\vec{r}, t)$

• Wellenvektor  $\vec{k}(\vec{r}, t)$

Electric Field is in the XZ Plane

Magnetic Field is in the XY Plane

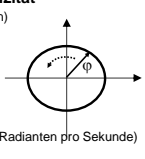
RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Westering  
6/20/2011 | Page 13

### Welle: $\psi = \psi_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi_0)} \cdot e^{i(kr)}$

**Zeitliche Periodizität**  
(Amplitudenoszillation)

$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi}{T}$

Kreisfrequenz:  
(Geschwindigkeit in Radianten pro Sekunde)  
 $\varphi: 360^\circ \cong 2\pi$



**Räumliche Periodizität** (Wellenausbreitung im Raum)  
(EM Strahlung: Lichtgeschw.  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s)

$v_{ph} = \frac{\lambda}{T} = \begin{cases} c & \text{Vakuum} \\ c/n(\lambda) & \text{Medium} \end{cases}$  Phasengeschw.

Wellenlänge  $\lambda$     Wellenzahl  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Periode  $T$     Frequenz  $f = \frac{1}{T}$

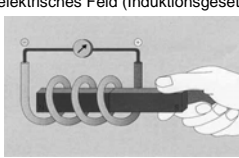
RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Westering  
6/20/2011 | Page 16

### Maxwellgleichungen 3 + 4 (Dynamische Felder)

3. Ein magnetisches Wechselfeld erzeugt ein elektrisches Feld (Induktionsgesetz)

$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$


$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_{B,S}}{\partial t}$



4. Magnetische Felder werden durch gerichtete Ladungsbewegung erzeugt (Bio-Savart)

$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

$\oint_{\partial S} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{f,S} + \frac{\partial \Phi_{D,S}}{\partial t}$



RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Westering  
6/20/2011 | Page 14

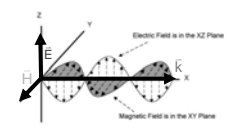
### Im Medium

Elektrisches Verschiebungsfeld:  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$

Elektrisches Feld    Polarisation

Magnetische Induktion:  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$

Magnetisches Feld    Magnetisierung



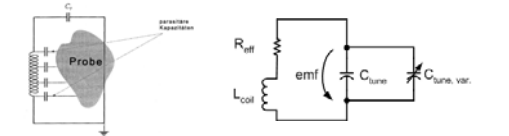
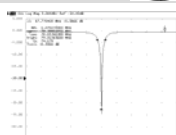
RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Westering  
6/20/2011 | Page 17

### Resonanzschwingkreis

Impedanz einer Induktivität:  $Z_L = j\omega L$

Impedanz eines Kondensators:  $Z_C = 1/j\omega C$

Resonanzfrequenz eines idealen Resonators:  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$      $\omega = 2\pi f$

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Westering  
6/20/2011 | Page 15

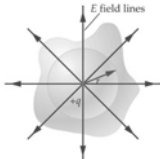
### Maxwellgleichungen 1 + 2 (Statische Felder)

1. Ladungen sind die Quellen elektrischer Felder

$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$

$\oint_{\partial V} \vec{D} \cdot d\vec{A} = q(V)$

Divergenz des elektrischen Feldes wird von den einzelnen Ladungen in einem Volumen bestimmt.

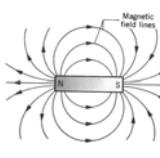


2. Es gibt keine magnetischen Monopole

$\nabla \cdot \vec{B} = 0$

Entgegengesetzte magnetische Felddivergenzen werden von magnetischen Dipolen erzeugt.

Für nur einen magnetischen Monopol ist die Divergenz immer null.



RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Westering  
6/20/2011 | Page 18

### Systemtheorie

Mathematisches Werkzeug, um beispielsweise die Umwandlung einer physikalisch kodierte Information in eine andere Darstellungsform zu beschreiben

Eingang  $\longrightarrow$  System  $\longrightarrow$  Ausgang

$s(t)$      $T$      $g(t)$

Sprache    Mikrofon    akust. Signal am Lautsprecher

Schriftstück    Kopierer    Kopie

Spindichteverteilung    MRT System    Schnittbild

Das „System“ stellt eine Transformation  $T$  dar, die die Eingangsfunktion  $s(t)$  in die Ausgangsfunktion  $g(t)$  überführt.

$g = T[s]$

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Westering  
6/20/2011 | Page 19

## Stationäre lineare Systeme

Ein System heißt **linear**, wenn eine Überlagerung von Eingangssignalen  $s(t)$  zu einer entsprechenden Überlagerung der Ausgangssignale  $g(t)$  führt (Superpositionsprinzip):

$$T : \sum_i c_i s_i(t) \rightarrow \sum_i c_i g_i(t)$$

Ein System heißt **stationär (zeitinvariant bzw. Ortsinvariant, Verschiebungsinvariant)**, wenn gilt:

$$T : s_i(t - t_0) \rightarrow g_i(t - t_0)$$

Kommt das Eingangssignal um die Zeit  $t_0$  früher an, so wird auch das Ausgangssignal um die Zeit  $t_0$  früher ankommen.

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Westering  
6/20/2011 | Page 22

## Fouriertransformierte einer Rechteckfunktion

Die Idee ist es jedes Eingangssignal als Überlagerung von harmonischen Funktionen darzustellen.

$$s(t) = \sum_f S(f) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t}$$

Beachte: Gibbsches Überschwingen an scharfen Kanten für endliche Anzahl an Frequenzkomponenten

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Westering  
6/20/2011 | Page 20

## Beispiel: Dirac-Funktion

Linearität  $T : \sum_i c_i s_i(t) \rightarrow \sum_i c_i g_i(t)$       Stationarität  $T : s_i(t - t_0) \rightarrow g_i(t - t_0)$

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Westering  
6/20/2011 | Page 23

## Nyquistrate

Die Überlappung der verschobenen Spektren wird genau dann vermieden, wenn für das Abtastraster  $T$  gilt:

$$T < \frac{1}{2f} \dots \text{Nyquisttheorem}$$

$$\frac{1}{T} = 2f \dots \text{Nyquistrate}$$

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG  
Computer Assisted Clinical Medicine  
Dr. Friedrich Westering  
6/20/2011 | Page 21

## Fouriertransformation

Die Idee ist es jedes Eingangssignal als Überlagerung von harmonischen Funktionen darzustellen.

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t} df$$

$$s(t) = \sum_f S(f) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t}$$

$$S(f) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t} = S(f) \cdot (\cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) + j \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t))$$